MP32 : Couplages des oscillateurs

Mai 2021

Introduction

1 Couplage de deux pendules pesants

[Physique expérimentale, Le Diffon]

Liste du matériel

- Deux pendules que l'on peut coupler avec un fil de torsion
- oscilloscope

On couple deux pendules pesants par un fil de torsion qui est relié aux armatures de chaque pendule (la torsion se fait par les deux attaches extérieures, et pas directement entre les vis serrées au milieu).

Mesure faites au préalable et non présentées : Il faut tout d'abord caractériser le moment d'inertie de chaque pendule (on en a besoin par la suite). On desserre le fil, donc on annule le couplage, et on étudie leurs oscillations libres indépendantes.

Première étape : s'affranchir du moment du poids du pendule sans masse. On enlève la masse, et on s'assure qu'à un angle quelconque, le pendule lâché sans vitesse initiale ne bouge pas. Il est alors équilibré. On peut ensuite ajouter les masses.

Deuxième étape : on mesure la période d'oscillations de chaque pendule. Pour la mesure de la période, on utilise le boîtier gris qui permet de relier le potentiomètre (mesure d'angle) à l'oscilloscope, et on fait une mesure de période par une méthode temporelle.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}$$

Avec l la longueur entre l'axe et la masse ajoutée, J le moment d'inertie total (celui du pendule à vide plus celui de la masse). On vérifie que les deux intervalles de confiance des deux pendules se recoupent, on peut alors les considérer comme identique.

Couplage : Lorsqu'on regarde les oscillations libres de ce système, on s'aperçoit qu'en plus de la fréquence propre d'un pendule, il apparaît une nouvelle fréquence propre, plus grande.

Manip : On lâche un des deux pendules à un angle non nul, on observe l'angle en fonction du temps sur l'oscillo, et par TF ou par mesure de période de battements, on trouve les deux fréquences propres du système. Avec les valeurs expérimentales de périodes, les fréquences propres auxquelles on s'attend sont, avec les expressions théoriques :

$$f_S = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mlg}{J}}; AN : f_S = (618 \pm 4)mHz$$

$$f_{AS} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mlg + 2C}{J}}; AN : f_{AS} = (666 \pm 4)mHz$$

Figure 1: Fréquences théoriques des pendules couplés

En fait, on envoie toutes les fréquences dans le système via des conditions initiales, et on regarde la réponse. C'est un peu comme étudier une réponse impultionnelle, mais sans avoir à mettre une baffe aux pendules, qui sont plus durs que nos mains. On trouve des valeurs proches, qui ne recoupent pas les intervalles de confiance. On peut expliquer ça à cause de la différence entre les masses mises aux bout de chaque pendule (10g d'écart), chaque fois que vous voyez un J dans les formules, c'est une moyenne... On peut montrer la signification de ces deux fréquences propres, qui correspondent aux modes symétriques et anti-symétriques. Donc si on lâche les deux pendules au même angle, on n'excite que le mode symétrique, et les pendules restent en phase, et si on les lâche à des angles opposés, ils restent en opposition de phase. Dans chacun de ces deux cas, on peut mesurer une fréquence des oscillations, qui est unique, et retrouver fS et fAS.

On vient de coupler deux oscillateurs mécaniques. En fait, c'est quelque chose d'assez général, si on couple deux oscillateurs identiques de façon linéaire, on obtient deux fréquences propres, dont une qui est celle d'un oscillateur indépendant. Par exemple, on peut coupler deux oscillateurs électroniques aussi

2 Couplage capacitif

Liste de matériel :

- 2 bobines L=47mH
- 2 capacités C=190nF
- La plaquette avec les différentes capa pour Γ
- GBF et Oscillo
- Plaquette avec AO simple pour réaliser le suiveur
- Plaquette à trous blanches pour faire le montage

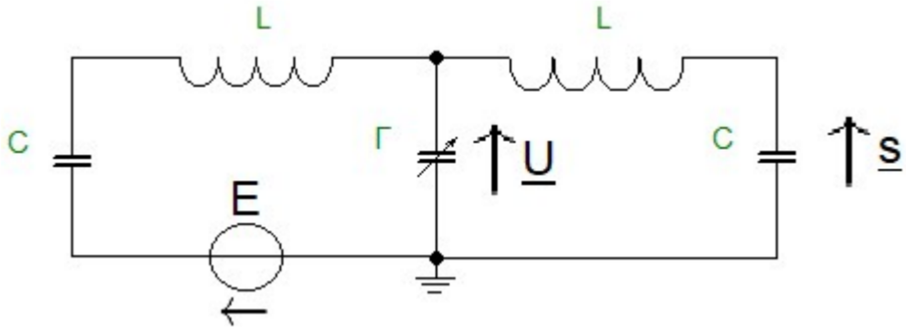

Figure 2: Schéma du montage

$$\underline{s}(\omega) = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}\underline{U}(\omega) = \frac{1}{1-\omega^2 LC}\underline{u}(\omega) \tag{1}$$

On peut exprimer un dipôle équivalent (figure **??**:

$$\underline{Y} = \frac{1}{Z_\Gamma} + \frac{1}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} \tag{2}$$

On le met sous une forme plus jolie :

$$\underline{Y} = \frac{j\Gamma\omega(\frac{1}{jC\omega} + jL\omega + 1)}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}$$

On multiplie par $jC\omega$:

$$\underline{Y} = \frac{jC\omega - \Gamma C\omega^2(\frac{1}{jC\omega} + jL\omega)}{1 - LC\omega^2}$$

Et on arrange la parenthèse du numérateur :

$$\underline{Y} = \frac{jC\omega + j\Gamma\omega(1 - LC\omega^2)}{1 - LC\omega^2}$$

Avec un diviseur de tension, on obtient :

$$\underline{U} = \frac{\frac{1}{\underline{Y}}}{\frac{1}{\underline{Y}} + \underline{Z_L} + \underline{Z_C}}\underline{E}$$

On peut donc écrire la fonction de transfert :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\frac{1}{\underline{Y}}}{\frac{1}{\underline{Y}} + \underline{Z_L} + \underline{Z_C}} \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_C} + \underline{Z_L}} \tag{3}$$

Avec :

$$\frac{\underline{Z_C}}{\underline{Y}(\underline{Z_C} + \underline{Z_L})} = \frac{1}{j\Gamma\omega(1 - LC\omega^2) + jC\omega}$$

D'où en reprenant l'équation (7), on obtient :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\frac{1}{j\Gamma\omega(1-LC\omega^2)+jC\omega}}{\frac{1-LC\omega^2}{j\Gamma\omega(1-LC\omega^2)+jC\omega} + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}$$

Qui devient en multipliant par l'inverse du numérateur :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 - LC\omega^2 - L\Gamma\omega^2(1 - LC\omega^2) + \frac{\Gamma}{C}(1 - LC\omega^2) + 1 - LC\omega^2}$$

Qui en factorisant par $1 - LC\omega^2$ donne enfin (au secours c'est long je ne supporte pas ça) :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{(1 - LC\omega^2)(2 - \omega^2 L\Gamma + \frac{\Gamma}{C})}$$

Protocole : On utilise la macro Igor. On envoie une impulsion dans le système et on fait la TF. On cherche alors les deux fréquences propres (la symétrique et l'antisymétrique). On trace $f_{AS}^2(\frac{1}{\Gamma})$. La droite qu'on obtient a pour ordonnée à l'origine f_S^2. On fait varier la capacité Γ.

On veut balayer jusqu'à la fréquence antisymétrique, pour cela, on choisit la durée du pulse de telle façon à avoir l'inverse de T_P qui soit au dessus de notre fréquence maximale.

La période du pulse et la durée d'acquisition T_d doivent être égale pour que l'on ait qu'une seule impulsion.

Le nombre de point est déterminé par $\frac{T_d}{T_p}$ et cela va régler le pas de fréquence que l'on va avoir et on le choisit de telle façon à avoir une bonne résolution. Attention il ne faut pas que cela soit trop grand sinon on va avoir beaucoup de bruit.

Il faut bien penser à zoomer pour bien voir les hauts des pics.

On peut ensuite exciter le mode symétrique, il faut alors exciter les deux côtés de la même manière et donc pour cela on excite entre les deux bobines. Cela nous permet de bien montrer que la première fréquence que l'on voit et la fréquence symétrique.

Si maintenant on couple un nombre plus important d'oscillateur, par exemple 4 on va voir que l'on a 4 fréquences propre.

3 Chaîne de 4 oscillateurs

[Physique expérimentale, Le Diffon]

Liste du matériel

- Vidéocam
- La chaîne d'oscillateurs
- Maillet pour taper
- reglet
- balance
- différentes masses pour mesurer la raideur du ressort

Pour avoir les informations sur les masses ect, regarder la notice.

Protocole : On place la caméra vidéoCam à 1,50m des oscillateurs.On ouvre le logiciel et on s'assure que les 4 masses sont bien reconnues par le logiciel. Penser à mettre des masses sur les armatures pour qu'elles bougent le moins possible (les vibrations de l'armature entraînent sûrement les fréquences parasites que l'on voit sur le spectre).

On donne une grosse impulsion à l'aide d'un maillet. Il faut qu'elle soit suffisamment grosse pour pouvoir visualiser les 4 pics de fréquence qui correspondent aux fréquences des 4 modes propres. Pour les visualiser on réalise une TF, on selectionne le signal comme on le souhaite en faisant clic droit : calcul de FFT.

Il faut régler les paramètres de manière à avoir un temps d'acquisition de 10s. Et la résolution au max.

Pour comparer avec la valeur théorique, il nous faut connaître la raideur du ressort. Pour cela on détache l'un des ressorts que l'on suspend en l'air, on place une masse au bout et on mesure sa longueur. On reproduit la même chose pour plusieurs masses et on trace la droite de la longueur en fonction de la masse. Ainsi la pente de la droite est : $\frac{g}{k}$, on peut alors retrouver k.