MP26 : Mesure de longueurs

Mai 2021

Introduction

1 Le pendule pesant aux grands angles

[Physique expérimentale, Le Diffon]

Liste du matériel :

- Pendule pesant
- Boîte de masses
- Boîtier d'amplification du capteur potentiométrique
- Oscilloscope

Explications : L'équation du mouvement est :

$$\ddot{\theta} + \omega_0 \sin(\theta) = 0$$

où $\omega^2 = \frac{mgl}{J}$

En effectuant un DL à l'ordre 3 en θ, et en effectuant un raisonnement perturbatif, on trouve la formule de Borda :

$$\omega = \omega_0(1 - \frac{\theta_0}{16})$$

où θ_0 est l'amplitude instantanée des oscillations.

Le capteur de position est un potentiomètre

Protocole : Il faut relier l'oscilloscope avec la borne θ

Il faut commencer par réaliser l'étalonnage du capteur. Pour cela, pour des positions du pendule lues sur le rapporteur comprises entre -80 et +80 (zone de linéarité du capteur), mesurer à l'oscilloscope la tension continue fournie par le capteur. Régler le gain et l'offset de l'ampli pour que la tension soit la plus proche de 0 pour $\theta = 0$ et que l'amplitude du signal soit de l'ordre de 1 ou 2 V pour ±80°. Réaliser un ajustement linéaire, déduire la loi d'étalonnage $U = a + b\theta$.

Pour la mesure : On trace $T = f(\theta_0^2)$ pour valider la loi de Borda.

On montre ensuite l'enrichissement spectral. Pour un amplitude d'oscillation intermédiaire, réaliser une FFT du signal des oscillations. Pour les paramètres, on a T= 1.5 s, donc f1 = 650 mHz. On veut une précision environ 10 fois plus faible, disons 40 mHz. Cela correspond à 20s d'acquisition, donc une base de temps de 2 secondes. Le critère de Shannon est largement respecté pour les effets qu'on s'attend à observer, c'est-à-dire l'apparition d'une harmonique à 3 f1 (donc vers 2 Hz), due à la présence du sinus dans l'équation du mouvement : c'est le phénomène d'enrichissement spectral, qui est commun aux systèmes non-linéaires.

Transition : : Ici, les effets non-linéaires à prendre compte ne nous permettent d'obtenir que des corrections à la dynamique du pendule. En revanche, elles ne modifient pas notre compréhension du problème, et en particulier, la position d'équilibre ($\theta = 0, \dot{\theta} = 0$) reste stable quelle que soit les paramètres du problème.

Nous allons voir une seconde expérience pour laquelle ça ne sera pas le cas.

2 Le "bifurcateur"

Liste de matériel :

- Bifurcateur
- Boîte de bille scotchée à la base du bifurcateur
- Stroboscope
- Alim +24V
- tachymètre

Protocole : On commence par mesurer l'angle de la bille. Pour cela, on fixe le bifurcateur avec un stroboscope et on lit l'angle avec un rapporteur. (Il y a une grosse incertitude due à l'épaisseur de la bille et au fait qu'il est extrêmement difficile de fixer le bifurcateur avec le stroboscope).

Ensuite on mesure la vitesse de rotation du bifurcateur avec un tachymètre optique (il y a un bout de scotch réfléchissant). Pour cela, il faut poser le tachymètre sur un boy ou bien le fixer avec des noix et des pinces.

Pour faire varier la vitesse, on augmente la tension.

On trace ensuite $cos(\theta) = f(\frac{1}{\Omega^2})$. Dans ce cas dans la zone du graphe où $\Omega > \Omega_c$, c'est une droite de pente Ω_c^2. On a donc accès à une mesure relativement précise de ce paramètre qui change le changement de position d'équilibre stable.

En dessous de cette valeur critique la bille se trouve en $\theta = 0$.

On trace également $\theta = f(\Omega)$ c'est le diagramme de bifurcation. C'est une bifurcation supercritique dont on trace l'une des deux branches. : en fait, la bille peut partir soit d'un côté soit de l'autre lors du franchissement de la vitesse critique. En raison de l'état de surface et des frottements, la probabilité n'est pas forcément 1/2 ; dans tous les cas, on ne trace qu'une branche à la fois. Montrer ce graphe permet de discuter la valeur de l'exposant critique (ici 1/2).

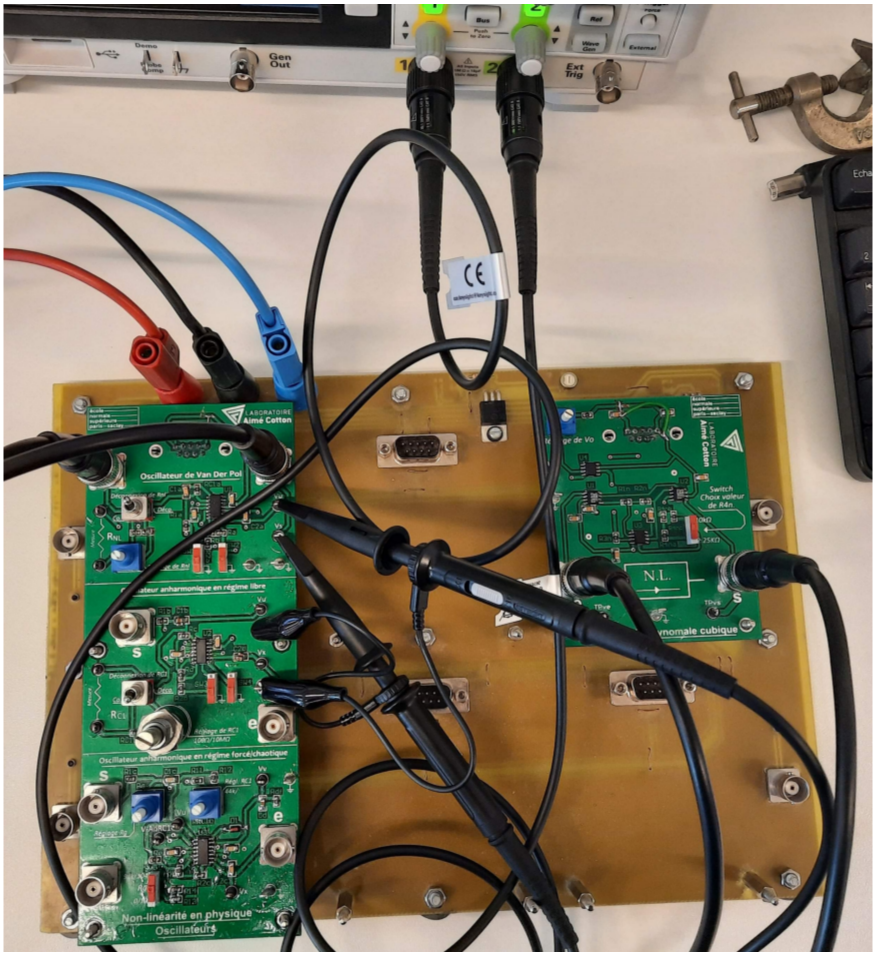

Figure 1: Van der Pool

On trouve une vitesse angulaire critique de : $\Omega_c = 15rad \cdot s^{-}1$.Parfois, la bille ne quitte simplement pas la position d'équilibre $\theta = 0$, en raison des frottements. Dans ce cas, on peut essayer d'augmenter rapidement la vitesse près du point critique pour la faire décoller, puis faire les mesures en redescendant la vitesse du moteur (phénomène d'hystérésis).

3 Oscillateur de van der Pol

Pour les détails du fonctionnement, voir le chapitre 6, "Phénomènes non-linéaires en physique", du bouquin de Krob, Electronique expérimentale, ainsi que la doc associée à la plaquette.

Liste du matériel :

- Plaquette oscillateur non-linéaire
- 3 sondes oscilloscopes
- oscilloscope 2 voies
- alim +15-15 pour l'AO.

3.1

On commence par tracer la caractéristique du dipôle non linéaire (entrée sur sortie). En mode XY sur l'oscilloscope

Ensuite on veut mettre en évidence la présence de cycle limite. On se place alors à un certain R_{NL} tel qu'il y ait oscillation. On voit alors un cycle limite. Si on déconnecte R_{NL} et que l'on le reconnecte, la phase va converger vers un cycle limite (pour le voir on met la persistance infinie). Il y a stabilité sur ce cycle. Si on met les interrupteur SW1 et SW2 dans l'autre position, on voit que cela diverge et si on remet les interrupteurs on voit que l'on revient vers un cycle limite mais en revenant de l'infini.

Il faut faire attention que l'on n'a pas le portrait de phase $(s, \dot{s})$ mais l'espace $(u, s) = (u, \dot{u})$ mais u et s sont reliés par un intégrateur donc cela ne change rien pour le cycle limite.