LP : Diffraction de Fraunhofer

Avril 2021

Niveau : L3

Bibliographie

- BFR,Optique et Physique ondulatoire, chap 11
- H-prépa, Optique ondulatoire

Prérequis

- Transformée de Fourier
- Principe de Huygens-Fresnel
- Filtrage en électronique
- Optique géométrique

Introduction

On peut faire une manip d'introduction : **diffraction par une fente**

1 Régime de Fraunhofer

1.1 Principe de Huygens-Fresnel et existence de deux régimes

On ne s'intéresse à la diffraction qu'en aval de l'objet.

$$s(M) = \int\int_{T \in ouverture} K s(P) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma$$

où r=PM et K est un facteur de proportionnalité. [BFR, p.216]

L'approximation paraxiale nous donne :

- $D \gg (X, Y)$
- $D \gg a$ avec a la taille caractéristique de l'ouverture

On développe PM en faisant un DL. Le terme d'amplitude varie lentement donc : $\frac{1}{PM} \sim \frac{1}{D}$

Le terme de phase varie lentement donc on garde juste l'ordre 1. On compare le terme d'ordre 2 en rp à $2\pi \frac{r_p^2}{2r_m\lambda} \sim \frac{a^2}{2D\lambda} = \mathcal{F}$, le nombre de Fresnel.

Là où le terme d'ordre 1 est prépondérant : Fraunhofer. Si $\mathcal{F} = 0$: Fraunhofer exact, si $\mathcal{F} \ll 0$ là où le terme d'ordre 2 est non négligeable : Fresnel.

Transition : On se placera à partir de maintenant dans le régime de Fraunhofer dans cette leçon

1.2 Régime de Fraunhofer

Diffraction à l'infini d'une onde plane limitée par un diaphragme plan. On peut réécrire l'état vibratoire comme :

$$s(X,Y) \propto \int\int_{P\in O} \exp(-\frac{2i\pi}{\lambda D}(xX+yY))dxdy$$

2 Figure de diffraction

2.1 Dispositif expérimental

On veut éclairer en onde plane et observer à l'infini. Pour cela on utilise un montage à 2 lentilles.

On a alors l'état de vibration qui a la forme suivante :

$$s(X,Y) \propto \int\int_{P\in O} \exp(-\frac{2i\pi}{\lambda f'}(xX+yY))dxdy$$

2.2 Notion de transmittance

On introduit la notion de transmittance d'un objet diffractant t(x,y). Elle caractérise l'objet et est définie comme : $t(x,y) = \frac{s_{avecobjet}(x,y)}{s_{sansobjet}(x,y)}$

On peut écrire :

$$s(X,Y) \propto \int\int_{-\infty}^{+\infty} t(x,y)\exp(-2i\pi(f_X x + f_Y y))dxdy$$

avec les fréquences spatiales qui sont : $f_X = \frac{X}{\lambda f'}$ et $f_Y = \frac{Y}{\lambda f'}$

Attention ici j'ai choisi comme axe (x,y) pour le plan où il y a l'objet diffractant et (X,Y) pour le plan de l'écran.

Rq : On remarque que mathématiquement, s(x,y) est proportionnelle à la transformée de Fourier de la transmittance dans le plan de l'écran.

2.3 Diffraction à l'infini par une fente rectangulaire

Mettre sur diapo les dimensions de la fente.

La fente est un rectangle de côtés a (selon x) et b (selon y).

La transmittance s'écrit : 1 si $\frac{-a}{2} < x < \frac{a}{2}$ et $\frac{-b}{2} < y < \frac{b}{2}$ et 0 sinon.

On peut calculer l'amplitude diffractée en effectuant la transformée de Fourier de ce produit de fonction porte. L'amplitude est donc un produit de sinc.

Si on regarde l'éclairement : $\mathcal{E}(M) = |s(M)|^2$ On peut signaler que l'éclairement est maximal en x=0 et y=0.

On peut ici montrer l'éclairement avec le code python :
https://www.sci-phy.org/static/python/physique/Fraunhoffer.py
Ou bien on peut le montrer avec la manip d'intro.

On peut noter que la tache centrale est la plus large dans la direction où la fente est la plus étroite.

Transition : Cet exemple n'a qu'un interêt pédagogique, nous allons maintenant nous attarder sur un outil fort qui repose sur le régime de Fraunhofer.

3 Application au filtrage optique

[H-prépa, p.198]

L'objectif est de modifier une image en filtrant certaines fréquences spatiales (on peut faire une analogie avec l'électronique, filtrage que l'on a l'habitude de manipuler).

On explique que dans le plan de Fourier, on a la transformée de fourier de la transmittance de l'objet diffractant et que du coup dans ce plan là on peut placer un filtre spatial qui aura une transmittance $T(f_x, f_Y)$. En masquant certaines fréquences spatiales du signal, on filtrera ainsi l'image de l'objet diffractant.

On présente le montage 4f pour réaliser un tel filtrage.

On fera la TF de la transmittance du masque fois l'amplitude qu'on avait.

3.1 Exemple de filtrage d'une grille

On présente le principe sur diapo

On peut réaliser un montage du filtrage.

Conclusion

Si pas le temps on peut parler de Strioscopie (empreintes digitales)